PART4　三角関数の性質

例題

次の式を簡単にせよ。

(1)　$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)+\sin(\theta+\pi)+\sin\left(\theta+\frac{3}{2}\pi\right)+\sin(\theta+2\pi)$

(2)　$\cos(-\theta)\cos(\theta+3\pi)-\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\cos\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)$

Point Pickup

練習

次の式を簡単にせよ。

(1)　$\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)+\cos(\theta+\pi)+\cos\left(\theta+\dfrac{3}{2}\pi\right)+\cos(\theta+2\pi)$

(2)　$\sin(-\theta)\sin(\theta+3\pi)-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{2}\right)$

第 8 講　PART4 確認問題

次の式を簡単にせよ。

1 $\sin(\theta+\pi)+\sin(\theta+2\pi)+\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)+\cos\left(\theta+\frac{3}{2}\pi\right)$

三角関数の性質より

$\sin(\theta+\pi)=$ ア ,　$\sin(\theta+2\pi)=$ イ ,

$\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=$ ウ ,　$\cos\left(\theta+\frac{3}{2}\pi\right)=$ エ

であるから

$\sin(\theta+\pi)+\sin(\theta+2\pi)+\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)+\cos\left(\theta+\frac{3}{2}\pi\right)=$ オ

となる。

[ア ～ エ の選択肢]

① $\sin\theta$　② $-\sin\theta$　③ $\cos\theta$　④ $-\cos\theta$

2 $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\cos(\pi-\theta)-\sin(\theta+3\pi)\sin(-\theta)$

三角関数の性質より

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=$ カ ,　$\cos(\pi-\theta)=$ キ ,

$\sin(\theta+3\pi)=$ ク ,　$\sin(-\theta)=$ ケ

であるから

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\cos(\pi-\theta)-\sin(\theta+3\pi)\sin(-\theta)=$ コサ

となる。

[カ ～ ケ の選択肢]

① $\sin\theta$　② $-\sin\theta$　③ $\cos\theta$　④ $-\cos\theta$

PART4　三角関数の性質

例題

次の式を簡単にせよ。

(1)　$\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)+\sin(\theta+\pi)+\sin\left(\theta+\dfrac{3}{2}\pi\right)+\sin(\theta+2\pi)$

(2)　$\cos(-\theta)\cos(\theta+3\pi)-\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{2}\right)$

(1)　$\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos\theta$，$\sin(\theta+\pi)=-\sin\theta$,

$\sin\left(\theta+\dfrac{3}{2}\pi\right)=\sin\left\{\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)+\pi\right\}=-\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\cos\theta$，$\sin(\theta+2\pi)=\sin\theta$ より

$$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)+\sin(\theta+\pi)+\sin\left(\theta+\frac{3}{2}\pi\right)+\sin(\theta+2\pi)$$
$$=\cos\theta-\sin\theta-\cos\theta+\sin\theta=0$$

(2)　$\cos(-\theta)=\cos\theta$，$\cos(\theta+3\pi)=\cos\{(\theta+\pi)+2\pi\}=\cos(\theta+\pi)=-\cos\theta$,

$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$，$\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos\left\{-\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)\right\}=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$ より

$$\cos(-\theta)\cos(\theta+3\pi)-\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\cos\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)$$
$$=\cos\theta\cdot(-\cos\theta)-\sin\theta\cdot\sin\theta=-\left(\sin^2\theta+\cos^2\theta\right)=-1$$

練習

次の式を簡単にせよ。

(1)　$\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)+\cos(\theta+\pi)+\cos\left(\theta+\dfrac{3}{2}\pi\right)+\cos(\theta+2\pi)$

(2)　$\sin(-\theta)\sin(\theta+3\pi)-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{2}\right)$

(1)　$\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\sin\theta$，$\cos(\theta+\pi)=-\cos\theta$，

$\cos\left(\theta+\dfrac{3}{2}\pi\right)=\cos\left\{\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)+\pi\right\}=-\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin\theta$，$\cos(\theta+2\pi)=\cos\theta$ より

$$\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)+\cos(\theta+\pi)+\cos\left(\theta+\frac{3}{2}\pi\right)+\cos(\theta+2\pi)$$

$$=-\sin\theta-\cos\theta+\sin\theta+\cos\theta=0$$

(2)　$\sin(-\theta)=-\sin\theta$，$\sin(\theta+3\pi)=\sin\{(\theta+\pi)+2\pi\}=\sin(\theta+\pi)=-\sin\theta$，

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$，$\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin\left\{-\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)\right\}=-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=-\cos\theta$ より

$$\sin(-\theta)\sin(\theta+3\pi)-\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\sin\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=-\sin\theta\cdot(-\sin\theta)-\cos\theta\cdot(-\cos\theta)=\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$$

第 8 講　PART4 確認問題 解答

1

[正解] ア：②，イ：①，ウ：②，エ：①，オ：0

[解説]

$$\sin(\theta+\pi)=\mathbf{-\sin\theta}$$ [A]

$$\sin(\theta+2\pi)=\mathbf{\sin\theta}$$

$$\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\mathbf{-\sin\theta}$$

$$\cos\left(\theta+\frac{3}{2}\pi\right)=\cos\left\{\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)+\pi\right\}$$

$$=-\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\mathbf{\sin\theta}$$

であるから

$$\sin(\theta+\pi)+\sin(\theta+2\pi)+\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)+\cos\left(\theta+\frac{3}{2}\pi\right)$$

$$=-\sin\theta+\sin\theta-\sin\theta+\sin\theta=\mathbf{0}$$

[A]　三角関数の性質

$\sin(\theta+2n\pi)=\sin\theta$

$\cos(\theta+2n\pi)=\cos\theta$　（n は整数）

$\sin(\theta+\pi)=-\sin\theta$

$\cos(\theta+\pi)=-\cos\theta$

$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\theta$

$\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\theta$

2

[正解] カ：③，キ：④，ク：②，ケ：②，
コサ：-1

[解説]

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\mathbf{\cos\theta}$$ [B]

$$\cos(\pi-\theta)=\mathbf{-\cos\theta}$$

$$\sin(\theta+3\pi)=\sin\{(\theta+\pi)+2\pi\}$$

$$=\sin(\theta+\pi)=\mathbf{-\sin\theta}$$

$$\sin(-\theta)=\mathbf{-\sin\theta}$$

であるから

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\cos(\pi-\theta)-\sin(\theta+3\pi)\sin(-\theta)$$

$$=\cos\theta\cdot(-\cos\theta)-(-\sin\theta)\cdot(-\sin\theta)$$

$$=-(\sin^2\theta+\cos^2\theta)=\mathbf{-1}$$

[B]　三角関数の性質

$\sin(-\theta)=-\sin\theta$

$\cos(-\theta)=\cos\theta$

$\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$

$\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$

$\sin(\theta+\pi)=-\sin\theta$

$\cos(\theta+\pi)=-\cos\theta$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$